



This is a digital copy of a book that was preserved for generations on library shelves before it was carefully scanned by Google as part of a project to make the world's books discoverable online.

It has survived long enough for the copyright to expire and the book to enter the public domain. A public domain book is one that was never subject to copyright or whose legal copyright term has expired. Whether a book is in the public domain may vary country to country. Public domain books are our gateways to the past, representing a wealth of history, culture and knowledge that's often difficult to discover.

Marks, notations and other marginalia present in the original volume will appear in this file - a reminder of this book's long journey from the publisher to a library and finally to you.

Usage guidelines

Google is proud to partner with libraries to digitize public domain materials and make them widely accessible. Public domain books belong to the public and we are merely their custodians. Nevertheless, this work is expensive, so in order to keep providing this resource, we have taken steps to prevent abuse by commercial parties, including placing technical restrictions on automated querying.

We also ask that you:

- + *Make non-commercial use of the files* We designed Google Book Search for use by individuals, and we request that you use these files for personal, non-commercial purposes.
- + *Refrain from automated querying* Do not send automated queries of any sort to Google's system: If you are conducting research on machine translation, optical character recognition or other areas where access to a large amount of text is helpful, please contact us. We encourage the use of public domain materials for these purposes and may be able to help.
- + *Maintain attribution* The Google "watermark" you see on each file is essential for informing people about this project and helping them find additional materials through Google Book Search. Please do not remove it.
- + *Keep it legal* Whatever your use, remember that you are responsible for ensuring that what you are doing is legal. Do not assume that just because we believe a book is in the public domain for users in the United States, that the work is also in the public domain for users in other countries. Whether a book is still in copyright varies from country to country, and we can't offer guidance on whether any specific use of any specific book is allowed. Please do not assume that a book's appearance in Google Book Search means it can be used in any manner anywhere in the world. Copyright infringement liability can be quite severe.

About Google Book Search

Google's mission is to organize the world's information and to make it universally accessible and useful. Google Book Search helps readers discover the world's books while helping authors and publishers reach new audiences. You can search through the full text of this book on the web at <http://books.google.com/>



Über dieses Buch

Dies ist ein digitales Exemplar eines Buches, das seit Generationen in den Regalen der Bibliotheken aufbewahrt wurde, bevor es von Google im Rahmen eines Projekts, mit dem die Bücher dieser Welt online verfügbar gemacht werden sollen, sorgfältig gescannt wurde.

Das Buch hat das Urheberrecht überdauert und kann nun öffentlich zugänglich gemacht werden. Ein öffentlich zugängliches Buch ist ein Buch, das niemals Urheberrechten unterlag oder bei dem die Schutzfrist des Urheberrechts abgelaufen ist. Ob ein Buch öffentlich zugänglich ist, kann von Land zu Land unterschiedlich sein. Öffentlich zugängliche Bücher sind unser Tor zur Vergangenheit und stellen ein geschichtliches, kulturelles und wissenschaftliches Vermögen dar, das häufig nur schwierig zu entdecken ist.

Gebrauchsspuren, Anmerkungen und andere Randbemerkungen, die im Originalband enthalten sind, finden sich auch in dieser Datei – eine Erinnerung an die lange Reise, die das Buch vom Verleger zu einer Bibliothek und weiter zu Ihnen hinter sich gebracht hat.

Nutzungsrichtlinien

Google ist stolz, mit Bibliotheken in partnerschaftlicher Zusammenarbeit öffentlich zugängliches Material zu digitalisieren und einer breiten Masse zugänglich zu machen. Öffentlich zugängliche Bücher gehören der Öffentlichkeit, und wir sind nur ihre Hüter. Nichtsdestotrotz ist diese Arbeit kostspielig. Um diese Ressource weiterhin zur Verfügung stellen zu können, haben wir Schritte unternommen, um den Missbrauch durch kommerzielle Parteien zu verhindern. Dazu gehören technische Einschränkungen für automatisierte Abfragen.

Wir bitten Sie um Einhaltung folgender Richtlinien:

- + *Nutzung der Dateien zu nichtkommerziellen Zwecken* Wir haben Google Buchsuche für Endanwender konzipiert und möchten, dass Sie diese Dateien nur für persönliche, nichtkommerzielle Zwecke verwenden.
- + *Keine automatisierten Abfragen* Senden Sie keine automatisierten Abfragen irgendwelcher Art an das Google-System. Wenn Sie Recherchen über maschinelle Übersetzung, optische Zeichenerkennung oder andere Bereiche durchführen, in denen der Zugang zu Text in großen Mengen nützlich ist, wenden Sie sich bitte an uns. Wir fördern die Nutzung des öffentlich zugänglichen Materials für diese Zwecke und können Ihnen unter Umständen helfen.
- + *Beibehaltung von Google-Markenelementen* Das "Wasserzeichen" von Google, das Sie in jeder Datei finden, ist wichtig zur Information über dieses Projekt und hilft den Anwendern weiteres Material über Google Buchsuche zu finden. Bitte entfernen Sie das Wasserzeichen nicht.
- + *Bewegen Sie sich innerhalb der Legalität* Unabhängig von Ihrem Verwendungszweck müssen Sie sich Ihrer Verantwortung bewusst sein, sicherzustellen, dass Ihre Nutzung legal ist. Gehen Sie nicht davon aus, dass ein Buch, das nach unserem Dafürhalten für Nutzer in den USA öffentlich zugänglich ist, auch für Nutzer in anderen Ländern öffentlich zugänglich ist. Ob ein Buch noch dem Urheberrecht unterliegt, ist von Land zu Land verschieden. Wir können keine Beratung leisten, ob eine bestimmte Nutzung eines bestimmten Buches gesetzlich zulässig ist. Gehen Sie nicht davon aus, dass das Erscheinen eines Buchs in Google Buchsuche bedeutet, dass es in jeder Form und überall auf der Welt verwendet werden kann. Eine Urheberrechtsverletzung kann schwerwiegende Folgen haben.

Über Google Buchsuche

Das Ziel von Google besteht darin, die weltweiten Informationen zu organisieren und allgemein nutzbar und zugänglich zu machen. Google Buchsuche hilft Lesern dabei, die Bücher dieser Welt zu entdecken, und unterstützt Autoren und Verleger dabei, neue Zielgruppen zu erreichen. Den gesamten Buchtext können Sie im Internet unter <http://books.google.com> durchsuchen.

QA
55
.F39
1913

7 11 11

stellige Logarithmentafel
für die Westentasche
(nach Fersol)





Ferrol, F.

L-50

Sieben-
und elfstellige
Logarithmentafel
(Nach Ferrol)

QA
55
F39
1913



Für die Westentasche

ZWEITE AUFLAGE

Preis ~~25 Pfg.~~ = 30 hl.

Bonn a. Rhein 1913
Verlag von Franz Josef Huthmacher

**Copyright 1913 by Franz Josef Huthmacher
Bonn a. Rh.**

QA

55

F39

1913

**Nachdruck (auch teilweiser) sowie Übersetzungen in
fremde Sprachen nur mit Genehmigung des Verlages
gestattet.**

Zeit. j. n. m. e.
Jausch

7-17-31

24513

Seiten wohl hat in der Welt, in der man rechnet, eine Erscheinung ähnliches Aufsehen erregt, als das Auftreten und im Anschlusse daran die Schriften des Bonner Ingenieurs Dr. F. Ferrol. Wir glauben, diese Tatsache nicht besser als wie dadurch illustrieren zu können, daß als z. B. die Handelskammer Innsbruck den gefeierten Gelehrten zu einer Serie von Vorträgen berufen hatte, sie Kaufmannschaft und Technik durch Plakate einlud, die in lapidarer Schrift den vielsagenden Satz enthielten:

„Dem Vortragenden geht der Ruf eines „Königs der Rechenkünstler“ voraus; aber er verdankt denselben nicht etwa hervorragender Befähigung, sondern einzig und allein seinem ingeniiösen Verfahren, das vom Gedächtnis vollkommen unabhängig und so einfach ist, daß selbst Kinder sofort und ohne Vorübung Multiplikationen mehrstelliger Zahlen oder Additionen mehrstelliger Kolonnen in einem Zuge im Kopfe vorzunehmen vermögen.“

Gelegentlich einer an der technischen Hochschule Wien gehaltenen Vorlesung schrieb ein hervorragender Fachmann in der „Neuen Freien Presse“:

„Man ist skeptisch, wenn man von Neuerungen auf dem Gebiet des Rechnens hört; meist handelt

es sich um Kunstgriffe, die für einzelne Operationen Erleichterungen bringen, dafür aber das Gedächtnis um so mehr belasten. Herr Ing. Dr. Ferrol aus Bonn, der dieser Tage in der Technik über ein neues Rechnungsverfahren sprach, schließt überhaupt die Mitwirkung des Gedächtnisses oder, besser gesagt, die Abhängigkeit von demselben aus und zeigt, wie zum Beispiel ein Produkt — selbst das kleine Einmaleins — direkt aus den Faktorenziffern zu erkennen ist. Der Erfolg ist verblüffend, da schon vom zweiten Beispiel ab die Hörschaft spontan und oft unter dem Ausdruck freudigster Überraschung die Resultate mehrstelliger Multiplikationen etc. zuruft. Und doch liegt hierin nur eine Vorstufe zu einem noch größeren Erfolge: Da nämlich der Rechner hierbei die Resultate ohne Gedächtnisarbeit mühelos überblickt, die Zahlenbeziehungen also gewissermaßen greifbar vor sich sieht, geben sich ihm — man könnte sagen — plastisch und ohne Formeln die Gesetze der Algebra und damit die korrekten Lösungen auch der schwierigsten mathematischen Aufgaben. Herr Rektor Professor Müller gab eine siebente Wurzel aus einer 14stelligen Zahl auf, gab aber diese 14 Ziffern in willkürlich ver-

änderter Reihenfolge an. Trotzdem erfolgte a tempo die Lösung und im Anschlusse daran die Erklärung, die angesichts ihrer Einfachheit und der Selbstverständlichkeit, mit der sie aus dem vorherigen folgte, sensationell wirkte: Herr Dr. F. Ferrol brauchte nur mit einigen Worten die Bestimmung der Quadratwurzeln zu zeigen, und schon schallten ihm aus der Hörerschaft spontan die Resultate: 2., 3., 1·5., 4., 0·5. Wurzeln entgegen, wo irrational, sofort auf fünf und mehr Dezimalen; ähnlich dann die Wurzeln selbst unentwickelter Gleichungen zweiten, dritten, fünften und höheren Grades, Logarithmen u. s. f. Besonders wertvoll und interessant war dabei die Tatsache, daß die Resultate auf jeden Fall richtig werden mußten, selbst dann, wenn absichtlich falsche Teilresultate, zum Beispiel $\sqrt{25} = 9$, eingesetzt worden waren", und der bekannte Ingenieurfeuilletonist der „Zeit“ schrieb:

„Die Zuhörer u. a. der Rektor, die Dozenten und Studenten standen augenscheinlich vollständig unter dem Eindrucke dieses eigenartigen Genießens und dieses Anzeichens einer völligen Umwälzung in unserer Seelenkenntnis vom Mathematiker und einer eigenen uns bisher fehlenden Psycho-

logie des Zahlensinnes“, und der Kritiker der „Reichspost“ fügt hinzu:

„Das Ferrol'sche System ist nicht etwa eine mnemotechnische Uebung, sondern bewirkt eine bisher noch nie gekannte Entwicklung des Zahlensinnes und ist dadurch geeignet, eine Revolution in der angewandten Mathematik hervorzurufen. . . Ferrols Name wird gewiß bald ebenso geläufig sein, wie der Name anderer Pfadfinder des menschlichen Geistes.“ —

Gelegentlich der Königsberger Vorlesungen schrieb die „Königsberger Allg. Ztg.“:

Man glaubt es selbst nicht, daß der größte Teil des Publikums, darunter auch kleine Schulknaben, schon beim zweiten an die Tafel gezeichneten Beispiel fast momentan nach der Niederschrift der Multiplikationsaufgabe mehrstelliger Zahlen *) das Resultat richtig zuriefen. Im zweiten Teil erfuhr die sonst so mühsame Algebra, dieses Schmerzenskind zahlloser Schüler und Väter, eine so überraschende Vereinfachung, und ward derart des gefürchteten Dunkeln, Geheimnisvollen entkleidet, daß wie mit einem Schlage den

*) und ähnlich auch bei der Addition dreistelliger Kolonnen.

Hörern sogar bisher fremde Dinge, z. B. Potenzieren, ferner Wurzeln von sehr hohen Exponenten-Gleichungen usw. völlig klar und übersichtlich erschienen, ihre Resultate förmlich auf der Hand lagen.

Gerade dieser für die Jugend so wichtige Teil, der einen nahezu ernüchternden Einblick in die scheinbar so verschlungenen Pfade eines rechnerisch ungewöhnlich entwickelten Geistes lieferte, erregte bei Lehrern wie Ingenieuren einen Sturm der Überraschung, so daß wir es wohl begreifen, daß manches Elternhaus den Kindern, namentlich den sogenannten schwachen Rechnern, das Ferrolsche Verfahren als erfolgreiches Heilmittel an die Hand geben.“

Fügen wir noch bei, daß diese Vorträge*) sowohl in den Kreisen einfacher Arbeiter als in den Sitzungssälen von Ministerien (in Wien z. B. sprach Dr. Ferrol in fast allen Ministerien, im K. K. Patentamt, im Abgeordnetenhause u. s. w.) gleiches Aufsehen und auch gleiche Begeisterung erweckt haben, so dürfte damit die Richtigkeit unseres einleitenden Satzes erwiesen sein. Nur möchten wir, um Irr-

*) manche Vereine oder Institute haben sogar Extrazüge zu denselben veranstaltet.

tüchern vorzubeugen, betonen, daß das Ferrol'sche Verfahren^{*)} sich in erster Reihe auf die elementaren Disziplinen, also Multiplikation, Division, Addition u. s. w. mehrstelliger Zahlen und Kolonnen^{**)}, namentlich auch die kaufmännischen, technischen und buchhalterischen^{***)} erstreckt, und daß das bezügliche Lehrbuch hauptsächlich diesen Disziplinen gilt. —

Nur der Anhang enthält unter der Bezeichnung
Praktische Algebra

neben der korrekten Lösung bisher für mathematisch unlösbar gehaltener Aufgaben (Zahlengleichungen höheren Grades!) eine Art Lehrbuch der Algebra, das insofern von der üblichen Form abweicht, als es den Rechner so ziemlich alle algebraischen Disziplinen in ihrer Wesenheit, ihren Ausdrücken und Beziehungen nicht abstrakt, sondern praktisch

^{*)} Ausführliche Prospekte gratis und franko zu Diensten.

^{**) NB. in einem einzigen Zuge, also nicht wie bisher Kolonne um Kolonne.}

^{***)} z. B. eine falsche Zahl im Hauptbuche zeigt sich schon bei Addierung der betr. Seite oder des betr. Contos automatisch, also nicht erst durch Vergleichung mit den anderen Büchern an.

an Hand ihm geläufiger Zahlenbeziehungen kennen lernen läßt, ehe es ihn zu Schwierigerem führt. Dr. Ferrol erreicht dadurch doppeltes: Einerseits wird jeder, auch der nur wenig Begabte — selbst ein Kind — diese algebraischen Beziehungen sofort sicher verstehen und durch ca. 200 gelöste und nach mehreren Gesichtspunkten erläuterte Aufgaben sich allmählich aneignen, und andererseits ist er dadurch genügend in dieselben eingedrungen, wenn er zu den „scheinbar“ schwierigeren Dingen kommt. Wir sagen „scheinbar“, weil nach Ferrol die Schwierigkeit nicht im Wesen der Algebra, sondern mehr in der Art ihrer Darstellung liegt.

Vorliegende Schrift enthält mit freundl. Genehmigung des Verfassers einen kleinen Auszug aus dem Kapitel

Logarithmen

aber im Anschlusse daran, drei weitere Probeseiten aus dem Hauptwerke, auf die wir besonders noch aufmerksam machen möchten. Bekanntlich erfolgt in den gebräuchlichen Logarithmentafeln das Interpolieren im Grunde genommen nach der Formel

$$\log (z + 1) = \log z$$

$$+ 2 M \cdot \left(\frac{1}{2z + 1} + \frac{1}{3(2z + 1)^3} + \frac{1}{5(2z + 1)^5} \cdots \right)$$

was die Benutzung einer relativ großen Basis und

entsprechend umfangreicher Tabellen voraussetzt, wenn die höheren Potenzen dieser Reihe vernachlässigt werden sollen.

Nach Ferrol ist aber auch

$$\log(z + \alpha) = \log z + 2M \left(\frac{\alpha}{2z + \alpha} + \frac{\alpha^3}{3(2z + \alpha)^3} + \frac{\alpha^5}{5(2z + \alpha)^5} \dots \right)$$

Wie nun Dr. Ferrol diese Formel in äußerst interessanter Weise zur Bestimmung der Näherungswerte von Wurzeln und Gleichungen höheren Grades*) benutzt, möge der freundliche Leser im Hauptwerke selbst nachsehen; uns interessiert an dieser Stelle nur die Entwicklung und Berechnung der Logarithmen auf Grund dieser Formel. —

$$*) \text{ Z. B. } \sqrt[n]{a} = \sqrt[n]{b^n + r} = b \cdot \frac{n(a + b^n) + (a - b^n)}{n(a + b^n) - (a - b^n)}$$

Dadurch ist z. B.

$$\sqrt[3]{50} = \frac{1393}{197} = 7,07106$$

$$\sqrt[3]{500} = \frac{1008}{127} = 7,937005$$

$$\text{Für : } X^5 - 7X^3 + 5000X = 5008,733$$

$$\text{folgt } X = \frac{5005,733}{4991} = 1,03$$

**) Aber auch die absoluten Werte sind im Lehrbuche behandelt. —

§ 16. Logarithmen.

Man berechnet heute die Logarithmen mit Hilfe von Reihen. Setzen wir, um zu einer solchen zu gelangen,

$$\log(1 + \alpha) = A\alpha + B\alpha^2 + C\alpha^3 + D\alpha^4 + \dots$$

so sind A, B, C usw. so zu bestimmen, daß die Gleichung den über Logarithmen aufgestellten Gesetzen genügt und für alle Werte von α , für welche die Reihe rechts convergiert, richtig ist.

Nun ist $\log(1 + \alpha)^2 = \log[1 + (2\alpha + \alpha^2)]$ ebensowohl

$$1. \quad 2 \log(1 + \alpha) = 2A\alpha + 2B\alpha^2 + 2C\alpha^3 + 2D\alpha^4$$

als auch =

$$2. \quad \log[1 + (2\alpha + \alpha^2)] = A(2\alpha + \alpha^2) + B(2\alpha + \alpha^2)^2 + C(2\alpha + \alpha^2)^3 + D(2\alpha + \alpha^2)^4 =$$

$$3. \quad 2A\alpha + (A + 4B)\alpha^2 + (4B + 8C)\alpha^3 + (B + 12C + 16D)\alpha^4$$

Aus der Vergleichung der Reihen 1 und 3 folgt:

$$A + 4B = 2B, \text{ d. h. } B = -\frac{1}{2}A$$

$$4B + 8C = 2C, \text{ d. h. } C = \frac{1}{2}A$$

$$B + 12C + 16D = 2D, \text{ d. h. } D = -\frac{1}{2}A \text{ usw.}$$

Setzt man $A = M$, so folgt

$$I. \quad \log(1 + \alpha) = M(\alpha - \frac{1}{2}\alpha^2 + \frac{1}{2}\alpha^3 - \frac{1}{2}\alpha^4 + \dots)$$

Die Reihe rechts heißt die logarithmische Reihe. Sie ist zuerst von Merkator erfunden und 1668 bekannt gemacht. Auch Leibnitz († 1716) und Newton († 1727) scheinen selbständig auf dieselbe gekommen zu sein. Setzt man — α statt α , so erhält man

$$\text{II. } \log(1 - \alpha) = -M(\alpha + \frac{1}{2}\alpha^2 + \frac{1}{3}\alpha^3 + \frac{1}{4}\alpha^4 + \dots)$$

Subtrahiert man II von I, so erhält man

$$\text{III. } \log \frac{1 + \alpha}{1 - \alpha} = 2M(\alpha + \frac{1}{3}\alpha^3 + \frac{1}{5}\alpha^5 + \dots)$$

Setzt man ferner

$$\frac{1 + \alpha}{1 - \alpha} = \frac{a}{b}, \text{ so daß } \alpha = \frac{a - b}{a + b}, \text{ so ist}$$

$$\text{IV. } \log a = \log b + 2M \cdot \left[\frac{\frac{a-b}{a+b}}{3} + \frac{1}{3} \cdot \left(\frac{a-b}{a+b} \right)^3 + \frac{1}{5} \cdot \left(\frac{a-b}{a+b} \right)^5 + \dots \right]$$

Der Faktor M hängt von der Basis des Systems ab und heißt der Modul des Logarithmensystems. Der einfachste Fall ist der, wenn $M = 1$ ist. Daher nennt man die Logarithmen, deren Modul = 1 ist, die natürlichen Logarithmen. Ihre Basis wird stets mit $e = 2,718281828$ bezeichnet.

Der Modul der sog. Briggschen Logarithmen, deren Basis = 10, ist 0,43429448.

Ist nun in Reihe IV.: $a - b < \frac{1}{2}, a + b > 200$, so wird

$$2M \cdot \frac{1}{3} \left(\frac{a-b}{a+b} \right)^3 < 0,000000005,$$

d. h. der Ausdruck

$$\log a = \log b + 2M \cdot \frac{a-b}{a+b}$$

liefert uns siebenstellige Logarithmen, sofern uns $\log b$ auf 7 Stellen und ähnlich zehn und elfstellige

Logarithmen, wenn uns $\log b$ auf 10 bzw. 11 Stellen bekannt $(a-b):(a+b)$ aber $< 1:2000$ ist.

Der Schluß dieses Abschnittes enthält deshalb in einer kleinen Tabelle die siebenstelligen Logarithmen aller Zahlen von 100—999, sodaß, da $a-b=\alpha$ auch negativ sein kann, der Leser in der Lage ist, den Logarithmus jeder beliebigen siebenstelligen Zahl auf sieben Stellen zu bestimmen, außerdem in einer weiteren Tabelle die 11stelligen Logarithmen aller Primzahlen von 2 bis 1811, und als Ergänzung zum Abschnitt „Zinseszins und Rentenrechnungen“ die 10stelligen Logarithmen einiger Zinsfaktoren, sodaß der Rechner durch Wahl geeigneter

*) Setzen wir hierin $a-b=\alpha$, also $a+b=2b+\alpha$, so wird hieraus

$$\log a = \log b + 2M \frac{\alpha}{2b + \alpha}$$

Bequem wird der Ausdruck

$$\log a = \log b + 2M \frac{a-b}{a+b} = \log b + \frac{2M\alpha}{2b + \alpha}$$

besonders dann, wenn $b=1$, $a=1+\frac{p}{100}$ bzw. 1,0p wird; dann ist, wie schon im vorigen Abschnitte angedeutet,

$$\log q = \log \left(1 + \frac{p}{100} \right) = \frac{2Mp}{200 + p}$$

und umgekehrt

$$p = \frac{200 \log_{\text{nat}} q}{2 - \log_{\text{nat}} q}$$

Faktoren immer die genauen Logarithmen von Zahlen zu bestimmen vermag, die um weniger als $\frac{1}{2}$ ‰ von dem gegebenen Numerus abweichen *).

Die sonst gebräuchlichen Logarithmentafeln beruhen in Unkenntnis des allgemeinen Ausdrucks

$\frac{2 M a}{2z + a}$ auf der weit enger umschriebenen Differenz

$\frac{2 M}{2z + 1}$, die ein bedeutend größeres z voraussetzt,

wenn die gewünschte Genauigkeit erreicht werden soll. Deshalb der große Umfang jener Tabellen, die

in der Differenzspalte den Ausdruck $\frac{2 M}{2z + 1}$ für 5-

und mehrstelliges b enthalten. Allerdings erwächst daraus der Vorteil, daß der Rechner nicht eine Multiplikation mit M usw. vorzunehmen hat; doch ist

dieser Vorteil umso geringer zu bewerten, als die in den ersten 8 Briefen dieses Werkes enthaltenen

Ausführungen den Rechner ohnehin in den Stand setzen, die betr. Produkte und Quotienten mühelos

im Kopf auf die genügende Stellenzahl zu bestimmen.

*) Bei fünfstelligen Logarithmen erhöht sich dieser Quotient auf ca. 5 ‰; z. B.

$$\begin{aligned} \log 19,683 &= \log 20 - \frac{0,317 \cdot 2 M}{39,683} = \\ 1,30103 - 0,00694 &= 1,29409. \end{aligned}$$

Ist z. B. $\log 800 = 2,9030900$, so ist $\log 803 =$

$$2,9030900 + \frac{0,8686 \cdot 3}{1603} = 2,9047155$$

$$\log 117,649 =$$

$$\log 117 + \frac{0,8686 \cdot 0,649}{234,649} = 2,0705884 \text{ u. s. f.}$$

Setzen wir, um umgekehrt den Numerus zu bestimmen, $\log a - \log b = \delta$, so daß

$$\delta = 2M \frac{a-b}{a+b}, \text{ so ist}$$

$$a = b \cdot \frac{2M + \delta}{2M - \delta} = b + \frac{2b\delta}{2M - \delta}$$

sowie, freilich innerhalb gewisser Grenzen,

$$\log a^n = \log b^n + 2Mn \cdot \frac{a-b}{a+b}$$

und infolgedessen

$$a^n = b^n \frac{(a+b) + n(a-b)}{(a+b) - n(a-b)}$$

und ähnlich, aber weit genauer, da hier der Fehler durch n geteilt wird,

$$\sqrt[n]{a} = \sqrt[n]{b^n + r} = b \cdot \frac{n(a+b^n) + (a-b^n)}{n(a+b^n) - (a-b^n)}.$$

Gehen wir hierin noch einen Schritt weiter, so sehen wir, daß wir auch die in früheren Abschnitten behandelten Gleichungen auf dieser Grundlage zu lösen vermögen. Ein näheres Eingehen hierauf bleibt einer besonderen Arbeit vorbehalten.

Tafel der Gemeinen oder Briggschen Logarithmen.

N.	Log.	N.	Log.	N.	Log.	N.	Log.
100	0000000	125	0969100	150	1760913	175	2430380
101	0048214	126	1003705	151	1789769	176	2455127
102	0036002	127	1038037	152	1818436	177	2479733
103	0128372	128	1072100	153	1846914	178	2504200
104	0170833	129	1105697	154	1875207	179	2528530
105	0211893	130	1139434	155	1903317	180	2552725
106	0253059	131	1172713	156	1931246	181	2576786
107	0298398	132	1205739	157	1958997	182	2600714
108	0334233	133	1238516	158	1986571	183	2624511
109	0374265	134	1271048	159	2013971	184	2648178
110	0413927	135	1303338	160	2041200	185	2671717
111	0453230	136	1335389	161	2068259	186	2695129
112	0492180	137	1367206	162	2095150	187	2718416
113	0530784	138	1398791	163	2121876	188	2741578
114	0569049	139	1430148	164	2148438	189	2764618
115	0606978	140	1461230	165	2174839	190	2787536
116	0644580	141	1492191	166	2201081	191	2810334
117	0681859	142	1522883	167	2227135	192	2833012
118	0718820	143	1553360	168	2253093	193	2855573
119	0755470	144	1583625	169	2278867	194	2878017
120	0791812	145	1613689	170	2304489	195	2900346
121	0827854	146	1643529	171	2329961	196	2922561
122	0863598	147	1673173	172	2355284	197	2944662
123	0899051	148	1702617	173	2380461	198	2966652
124	0934217	149	1731863	174	2405192	199	2988531

Tafel der Gemeinen oder Briggschen Logarithmen.

N.	Log.	N.	Log.	N.	Log.	N.	Log.
200	3010800	225	3521825	250	3979400	275	4393327
201	3031961	226	3541084	251	3996737	276	4409091
202	3053514	227	3560259	252	4014005	277	4424798
203	3074960	228	3579348	253	4031205	278	4440448
204	3096302	229	3598355	254	4048337	279	4456042
205	3117539	230	3617278	255	4065402	280	4471580
206	3138672	231	3636120	256	4082400	281	4487063
207	3159703	232	3654880	257	4099331	282	4502491
208	3180633	233	3673559	258	4116197	283	4517864
209	3201463	234	3692159	259	4132998	284	4533183
210	3222193	235	3710679	260	4149733	285	4548449
211	3242825	236	3729120	261	4166405	286	4563660
212	3263359	237	3747483	262	4183013	287	4578819
213	3283796	238	3765770	263	4199557	288	4593925
214	3304138	239	3783979	264	4216039	289	4608978
215	3324385	240	3802112	265	4232459	290	4623980
216	3344538	241	3820170	266	4248816	291	4638930
217	3364597	242	3838154	267	4265113	292	4653829
218	3384565	243	3856063	268	4281348	293	4668676
219	3404441	244	3873898	269	4297523	294	4683473
220	3424227	245	3891661	270	4313638	295	4698220
221	3443923	246	3909351	271	4329693	296	4712917
222	3463530	247	3926970	272	4345689	297	4727564
223	3483049	248	3944517	273	4361626	298	4742163
224	3502480	249	3961993	274	4377506	299	4756712

Tafel der Gemeinen oder Briggschen Logarithmen.

N.	Log.	N.	Log.	N.	Log.	N.	Log.
300	4771213	325	5118834	350	5440680	375	5740313
301	4785635	326	5132176	351	5453071	376	5751878
302	4800069	327	5145478	352	5465427	377	5763414
303	4814426	328	5158738	353	5477747	378	5774918
304	4828736	329	5171959	354	5490033	379	5786392
305	4842998	330	5185139	355	5502284	380	5797836
306	4857214	331	5198280	356	5514500	381	5809250
307	4871384	332	5211381	357	5526682	382	5820634
308	4885507	333	5224442	358	5538830	383	5831988
309	4899585	334	5237465	359	5550944	384	5843312
310	4913617	335	5250448	360	5563025	385	5854607
311	4927604	336	5263393	361	5575072	386	5865873
312	4941546	337	5276299	362	5587086	387	5877110
313	4955443	338	5289167	363	5599066	388	5888317
314	4969296	339	5301997	364	5611014	389	5899496
315	4983106	340	5314789	365	5622929	390	5910646
316	4996871	341	5327544	366	5634811	391	5921768
317	5010593	342	5340261	367	5646661	392	5932861
318	5024271	343	5352941	368	5658478	393	5943926
319	5037907	344	5365584	369	5670264	394	5954962
320	5051500	345	5378191	370	5682017	395	5965971
321	5065050	346	5390761	371	5693739	396	5976952
322	5078559	347	5403295	372	5705429	397	5987905
323	5092025	348	5415792	373	5717088	398	5998831
324	5105450	349	5428254	374	5728716	399	6009729

Tafel der Gemeinen oder Briggschen Logarithmen.

N.	Log.	N.	Log.	N.	Log.	N.	Log.
400	6020600	425	6283889	450	6532125	475	6766936
401	6031444	426	6294096	451	6541765	476	6776070
402	6042261	427	6304279	452	6551384	477	6785184
403	6053050	428	6314438	453	6560982	478	6794279
404	6063814	429	6324573	454	6570559	479	6803355
405	6074550	430	6334685	455	6580114	480	6812412
406	6085260	431	6344773	456	6589648	481	6821451
407	6095944	432	6354837	457	6599162	482	6830470
408	6106602	433	6364879	458	6608655	483	6839471
409	6117233	434	6374897	459	6618127	484	6848454
410	6127839	435	6384893	460	6627578	485	6857417
411	6138418	436	6394865	461	6637009	486	6866363
412	6148972	437	6404814	462	6646420	487	6875290
413	6159501	438	6414741	463	6655810	488	6884198
414	6170003	439	6424645	464	6665180	489	6893089
415	6180481	440	6434527	465	6674530	490	6901961
416	6190933	441	6444386	466	6683859	491	6910815
417	6201361	442	6454223	467	6693169	492	6919651
418	6211763	443	6464037	468	6702459	493	6928469
419	6222140	444	6473830	469	6711728	494	6937269
420	6232493	445	6483600	470	6720979	495	6946052
421	6242821	446	6493349	471	6730209	496	6954817
422	6253125	447	6503075	472	6739420	497	6963564
423	6263404	448	6512780	473	6748611	498	6972293
424	6273659	449	6522463	474	6757783	499	6981005

Tafel der Gemeinen oder Briggschen Logarithmen.

N.	Log.	N.	Log.	N.	Log.	N.	Log.
500	6989700	525	7201593	550	7403627	575	7596678
501	6998377	526	7209857	551	7411516	576	7604225
502	7007037	527	7218106	552	7419391	577	7611758
503	7015680	528	7226339	553	7427251	578	7619278
504	7024305	529	7234557	554	7435098	579	7626786
505	7032914	530	7242759	555	7442930	580	7634280
506	7041505	531	7250945	556	7450748	581	7641761
507	7050080	532	7259116	557	7458552	582	7649230
508	7058637	533	7267272	558	7466342	583	7656686
509	7067178	534	7275413	559	7474118	584	7664128
510	7075702	535	7283538	560	7481880	585	7671559
511	7084209	536	7291648	561	7489629	586	7678976
512	7092700	537	7299743	562	7497363	587	7686381
513	7101174	538	7307823	563	7505084	588	7693773
514	7109631	539	7315888	564	7512791	589	7701153
515	7118072	540	7323938	565	7520484	590	7708520
516	7126497	541	7331973	566	7528164	591	7715875
517	7134905	542	7339993	567	7535831	592	7723217
518	7143298	543	7347998	568	7543483	593	7730547
519	7151674	544	7355989	569	7551123	594	7737864
520	7160033	545	7363965	570	7558749	595	7745170
521	7168377	546	7371926	571	7566361	596	7752463
522	7176705	547	7379873	572	7573960	597	7759743
523	7185017	548	7387806	573	7581546	598	7767012
524	7193313	549	7395723	574	7589119	599	7774268

Tafel der Gemeinen oder Briggschen Logarithmen.

N.	Log.	N.	Log.	N.	Log.	N.	Log.
600	7781513	625	7958800	650	8129134	675	8299308
601	7788745	626	7965743	651	8135810	676	8299467
602	7795965	627	7972675	652	8142476	677	8305887
603	7803173	628	7979596	653	8149132	678	8312297
604	7810369	629	7986506	654	8155777	679	8318698
605	7817554	630	7993405	655	8162413	680	8325089
606	7824726	631	8000294	656	8169038	681	8331471
607	7831887	632	8007171	657	8175654	682	8337844
608	7839036	633	8014037	658	8182259	683	8344207
609	7846173	634	8020893	659	8188854	684	8350561
610	7853298	635	8027737	660	8195439	685	8356906
611	7860412	636	8034571	661	8202015	686	8363241
612	7867514	637	8041394	662	8208580	687	8369567
613	7874605	638	8048207	663	8215135	688	8375884
614	7881684	639	8055009	664	8221681	689	8382192
615	7888751	640	8061800	665	8228216	690	8388491
616	7895807	641	8068580	666	8234742	691	8394780
617	7902852	642	8075350	667	8241258	692	8401061
618	7909885	643	8082110	668	8247765	693	8407332
619	7916906	644	8088859	669	8254261	694	8413595
620	7923917	645	8095597	670	8260748	695	8419848
621	7930916	646	8102325	671	8267225	696	8426092
622	7937904	647	8109043	672	8273693	697	8432328
623	7944880	648	8115750	673	8280151	698	8438554
624	7951846	649	8122447	674	8286599	699	8444772

Tafel der Gemeinen oder Briggschen Logarithmen.

N.	Log.	N.	Log.	N.	Log.	N.	Log.
700	8450980	725	8603380	750	8750613	775	8893017
701	8457180	726	8609366	751	8756399	776	8898617
702	8463371	727	8615344	752	8762178	777	8904210
703	8469553	728	8621314	753	8767950	778	8909796
704	8475727	729	8627275	754	8773713	779	8915375
705	8481891	730	8633229	755	8779470	780	8920946
706	8488047	731	8639174	756	8785218	781	8926510
707	8494194	732	8645111	757	8790959	782	8932068
708	8500333	733	8651040	758	8796692	783	8937618
709	8506462	734	8656961	759	8802418	784	8943161
710	8512583	735	8662873	760	8808136	785	8948697
711	8518696	736	8668778	761	8813847	786	8954225
712	8524800	737	8674675	762	8819550	787	8959747
713	8530895	738	8680564	763	8825245	788	8965262
714	8536982	739	8686444	764	8830934	789	8970770
715	8543060	740	8692317	765	8836614	790	8976271
716	8549130	741	8698182	766	8842238	791	8981765
717	8555192	742	8704039	767	8847954	792	8987252
718	8561244	743	8709888	768	8853612	793	8992732
719	8567289	744	8715729	769	8859263	794	8998205
720	8573325	745	8721563	770	8864907	795	9003671
721	8579353	746	8727388	771	8870544	796	9009131
722	8585372	747	8733206	772	8876173	797	9014583
723	8591383	748	8739016	773	8881795	798	90 0029
724	8597386	749	8744818	774	8887410	799	9025463

Tafel der Gemeinen oder Briggischen Logarithmen.

N.	Log.	N.	Log.	N.	Log.	N.	Log.
800	9030900	825	9164539	850	9294189	875	9420081
801	9036325	826	9169800	851	9299296	876	9425041
802	9041744	827	9175055	852	9304396	877	9429996
803	9047155	828	9180303	853	9309490	878	9434945
804	9052560	829	9185545	854	9314579	879	9439889
805	9057959	830	9190781	855	9319661	880	9444827
806	9063350	831	9196010	856	9324738	881	9449759
807	9068735	832	9201233	857	9329808	882	9454686
808	9074114	833	9206450	858	9334873	883	9459607
809	9079485	834	9211661	859	9339932	884	9464523
810	9084850	835	9216865	860	9344985	885	9469433
811	9090209	836	9222063	861	9350032	886	9474337
812	9095560	837	9227255	862	9355073	887	9479236
813	9100905	838	9232440	863	9360108	888	9484130
814	9106244	839	9237620	864	9365137	889	9489018
815	9111576	840	9242793	865	9370161	890	9493900
816	9116902	841	9247960	866	9375179	891	9498777
817	9122221	842	9253121	867	9380191	892	9503649
818	9127533	843	9258276	868	9385197	893	9508515
819	9132839	844	9263424	869	9390198	894	9513375
820	9138139	845	9268567	870	9395193	895	9518230
821	9143432	846	9273704	871	9400182	896	9523080
822	9148718	847	9278834	872	9405165	897	9527924
823	9153998	848	9283959	873	9410142	898	9532763
824	9159272	849	9289077	874	9415114	899	9537597

Tafel der Gemeinen oder Briggischen Logarithmen.

N.	Log.	N.	Log.	N.	Log.	N.	Log.
900	9542425	925	9661417	950	9777236	975	9890046
901	9547248	926	9666110	951	9781805	976	9894498
902	9552065	927	9670797	952	9786369	977	9898946
903	9556878	928	9675480	953	9790929	978	9903389
904	9561684	929	9680157	954	9795484	979	9907827
905	9566486	930	9684829	955	9800034	980	9912261
906	9571282	931	9689497	956	9804579	981	9916690
907	9576073	932	9694159	957	9809119	982	9921115
908	9580858	933	9698816	958	9813655	983	9925535
909	9585639	934	9703469	959	9818186	984	9929951
910	9590414	935	9708116	960	9822712	985	9934362
911	9595184	936	9712758	961	9827234	986	9938769
912	9599948	937	9717396	962	9831751	987	9943172
913	9604708	938	9722028	963	9836263	988	9947569
914	9609462	939	9726656	964	9840770	989	9951963
915	9614211	940	9731279	965	9845273	990	9956352
916	9618955	941	9735896	966	9849771	991	9960737
917	9623693	942	9740509	967	9854265	992	9965117
918	9628427	943	9745117	968	9858754	993	9969492
919	9633155	944	9749720	969	9863238	994	9973864
920	9637878	945	9754318	970	9867717	995	9978231
921	9642596	946	9758911	971	9872192	996	9982593
922	9647309	947	9763500	972	9876663	997	9986952
923	9652017	948	9768083	973	9881128	998	9991305
924	9656720	949	9772662	974	9885590	999	9995655

Briggische Logarithmen

aller Primzahlen von 2 bis 1811, um die Logarithmen
aller aus diesen zusammengesetzten Zahlen zu finden.

Die Charakteristik ist weggelassen.

N.	Log.	N.	Log.	N.	Log.
2	301029 99566	73	865822 86012	179	252853 03098
3	477121 25472	79	897627 09129	181	257678 57487
5	698970 00434	83	919078 09238	191	281033 36725
7	845098 04001	89	949390 00664	193	285557 30901
11	041892 68516	97	986771 73427	197	294466 22616
13	118943 35231	101	004321 37378	199	298853 07641
17	230448 92138	103	012837 22471	211	324282 45530
19	278753 60095	107	029383 77769	223	348304 86305
23	361727 83602	109	037426 49794	227	356025 85719
29	462397 99790	113	053078 44348	229	359835 48234
31	491361 69383	127	103803 72096	233	367355 92103
37	568201 72407	131	117271 29566	239	378397 90095
41	612783 85672	137	136720 56716	241	382017 04257
43	633468 45558	139	143014 80025	251	399673 72148
47	672097 85794	149	173186 26841	257	409933 12333
53	724275 86960	151	178976 94729	263	419955 74849
59	770852 01164	157	195899 65241	269	429752 28000
61	785329 83501	163	212187 60440	271	432969 29087
67	826074 80270	167	222716 47115	277	442479 76906
71	851258 34872	173	238046 10813	281	448706 31991

Briggische Logarithmen aller Primzahlen: 2 bis 1811.

N.	Log.	N.	Log.	N.	Log.
283	451786 43552	443	646403 72622	607	783188 69108
293	466867 62035	449	652246 34100	613	787460 47452
307	487138 37548	457	659916 20007	617	790285 16408
311	492760 38903	461	663700 92539	619	791690 64902
313	495544 33755	463	665580 99102	631	800029 35924
317	501059 26222	467	669316 88057	641	806858 02952
331	519827 99378	479	680335 51341	643	808210 97292
337	527629 90087	487	687528 96121	647	810904 28067
347	540829 47479	491	691081 49212	653	814913 18128
349	542825 42696	499	698100 54562	659	818885 41459
353	547774 70539	503	701567 98506	661	820201 45949
359	555094 44858	509	706717 78234	673	828015 06422
367	564666 06425	521	716837 72330	677	830588 66869
373	571708 83181	523	718501 68887	683	834420 70368
379	578639 20997	541	733197 26511	691	839478 04737
383	583198 77397	547	737987 32633	701	845718 01797
389	589949 60133	557	745855 19517	709	850646 23518
397	598790 50676	563	750508 39485	719	856728 89038
401	603144 37262	569	755112 26640	727	861534 41086
409	611723 30801	571	756636 10825	733	865103 97464
419	622214 02297	577	761175 81316	739	868644 43839
421	624232 09584	587	763638 10125	743	870988 81376
431	634477 27016	593	773054 69336	751	875639 93700
433	636437 89635	599	777426 82239	757	879095 87950
439	642464 52024	601	778874 47200	761	881334 65677

Briggische Logarithmen aller Primzahlen: 2 bis 1811

N.	Log.	N.	Log.	N.	Log.
769	88592633980	947	97634997900	1109	04493154615
773	88817949392	953	97909290064	1117	04805317312
787	89597473236	967	98542647408	1123	05037975626
797	90145832140	971	98721922991	1129	05269394192
809	90794852161	977	98989456372	1151	06107532963
811	90902085421	983	99255351783	1153	06182930729
821	91494315712	991	99607365449	1163	06557971473
823	91539989521	997	99869515831	1171	06855689507
827	91750550955	1009	00389116624	1181	07224989761
829	91855453055	1013	00560944536	1187	07445071895
839	92376196083	1019	00817418401	1193	07664044367
853	93094903117	1021	00902574209	1201	07954300740
857	93298082192	1031	0135866528	1213	08336080087
859	93399316383	1033	01410032152	1217	08529057823
863	93601079572	1039	01661554756	1223	08742645704
877	94299959337	1049	02077548819	1229	08955188289
881	94497590841	1051	02160271603	1231	09025805293
883	94596070358	1061	02571533390	1237	09236969963
887	94792361983	1063	02653326452	1249	09656243837
907	95760728706	1069	02897770321	1259	10002573011
911	95951837697	1087	03622954409	1277	10619089726
919	96331551139	1091	03782475059	1279	10637054448
929	96801571399	1093	03862016195	1283	10822665637
937	97173959089	1097	04020662757	1289	11025291735
941	97358962343	1103	04257551244	1291	11092624227

Briggische Logarithmen aller Primzahlen: 2 bis 1811.

N.	Log.	N.	Log.	N.	Log.
1297	11293997608	1487	17231096852	1663	22089224922
1301	11427729656	1489	17289469775	1667	22193559983
1303	11494441571	1493	17405980773	1669	22245633668
1307	11627558758	1499	17580163285	1693	22865695811
1319	12024479555	1511	17926446434	1697	22968184232
1321	12090281761	1523	18269990334	1699	23019337887
1327	12287092286	1531	18497519070	1709	23274206272
1361	13385812520	1543	18836592606	1721	23578087033
1367	13576851457	1549	19005141776	1723	23628527745
1373	13767053724	1553	19117145573	1733	23879856271
1381	14019367858	1559	19284611519	1741	24079877112
1399	14581771449	1567	19506899647	1747	24229290498
1409	14891099311	1571	19617618504	1753	24378191609
1423	15320490008	1579	19838213001	1759	24526583946
1427	15442397311	1583	19948091486	1777	24968742781
1429	15503222879	1597	20330491614	1783	25115134318
1433	15624619040	1601	20439133192	1787	25212455251
1439	15806079394	1607	20601587676	1789	25261034057
1447	16046853112	1609	20655604410	1801	25551371232
1451	16166741244	1613	20763436739	1811	25791845031
1453	16226561430	1619	20924684875		
1459	16405529189	1621	20978301485		
1471	16761267273	1627	21138755294		
1481	17055505852	1637	21404867941		
1483	17114115103	1657	21932250842		

Die Logarithmen der Zahlen 1,01 usw. bis auf 10
Dezimalstellen.

log 1,01 = 0,0043213738	log 1,04 = 0,01703883893
" 1,02 = 0,0086001718	" 1,0425 = 0,0180760636
" 1,025 = 0,0107238654	" 1,045 = 0,0191162904
" 1,0275 = 0,0117818305	" 1,0475 = 0,0201540816
" 1,03 = 0,0128372247	" 1,05 = 0,0211892991
" 1,0325 = 0,0138900608	" 1,055 = 0,0232524596
" 1,035 = 0,0149403498	" 1,06 = 0,0253058653
" 1,0375 = 0,0159881054	

Einige Probeseiten aus dem Ferrol'schen Hauptwerke *):

I. Aus Brief V:

Es sei mir gestattet, hier, wenn auch nur in
Kürze, das eigenartige Kapitel der sogenannten

„Magischen Quadrate“

zu behandeln. Soweit mir bekannt, liefern alle
bisher hierüber erschienenen Veröffentlichungen nur
gewisse Arten mechanischer Lösungen, die eigent-
liche mathematische Grundlage aber scheint bisher

*) Ausführl. Prospekte gerne zu Diensten.

allen entgangen zu sein und doch ist sie um so interessanter, als dieses ungemein einfache Zahlen-gesetz offenbar schon den alten Chaldäern und Indern bekannt war; denn, wie wir weiter unten sehen werden, ist in ihm zugleich die rechnerische Bedeutung der Züge der einzelnen Schachfiguren enthalten.

In nebenstehendem Quadrate sind die Felder d_1 bis d_4 mit den willkürlich gewählten Zahlen 19, 11, 9, 13 ausgefüllt; die übrigen 12 Felder sind nun so auszufüllen, daß wir in jeder symmetrischen Richtung die gleiche Summe = 52 erhalten.

	a	b	c	d
4				13
3				9
2				19
1				11

Das ganze Geheimnis besteht nun darin, daß wir das Zentrum, hier also die vier Felder b_1, b_2, c_1, c_2 , so ausfüllen, daß ihre Summe = 52 ist, m. a. W. daß jedes derselben durchschnittlich ein Viertel dieser Summe erhält. Es sind demnach zahllose Lösungen möglich, denn sobald diese vier mittleren Felder ausgefüllt sind, haben wir nur noch nötig, nach den verschiedenen Richtungen hin zu drei bereits gegebenen Zahlen die zur konstanten Summe noch fehlende vierte zu suchen. Wählen wir für

die Mitte die ebenfalls die Summe 52 ergebenden Zahlen 20, 16, 12, 4, so erhalten wir, indem wir nacheinander die Felder $a_1 a_2 a_3 a_4 b_4 c_4 c_1 b_1$ ausfüllen, schließlich ein magisches Quadrat, bei dem nicht allein alle Horizontal- und Vertikalreihen, sowie die Diagonalen, die 4 Eckfelder und die 4 Mittelfelder dieselbe Summe ergeben, sondern überhaupt alle symmetrischen Gruppen, wie $a_2 a_3 d_2 d_3, b_4 c_4 b_1 c_1, a_3 b_4 c_1 d_2, a_2 b_1 c_4 d_3$ sowie endlich die vier kleineren Teilquadrate $a_3 a_4 b_3 b_4, c_3 c_4 d_3 d_4, a_1 a_2 b_1 b_2, c_1 c_2 d_1 d_2, b_3 b_4 c_3 c_4$.

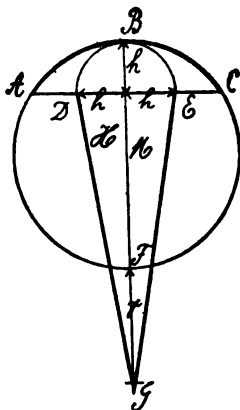
	a	b	c	d
4				13
3		20	16	9
2		12	4	19
1				11

	a	b	c	d
4	17	8	14	13
3	7	20	16	9
2	17	12	4	19
1	11	12	18	11

II. Aus :

§ 14. Gleichungen.

Umstehend Skizze zeigt uns z. B. in A D E C B einen Kugelabschnitt von der Höhe $h = BH$ und dem Radius $r = MB$. $FG = r$. Fassen wir das gleichschenklige Dreieck DEG als den Vertikalschnitt eines Kegels auf, dessen Höhe $= 3r - h$, dessen



Basisdurchmesser = $2h$, so
ist dessen Inhalt =

$$\frac{(3r - h) \pi h^2}{3}$$

Die Figur ABCEGD zeigt uns also einen Nagel, bei dem Kopf und Stift gleichen Inhalt haben, und da wir die Maße des Kegels bzw. Stiftes wissen, die Kegelformel aber leicht zu behalten ist, wissen wir dadurch auch den Inhalt des Kugelabschnittes bzw. die betr. Formel.

Aber noch mehr. Wir können dadurch zu Folgerungen kommen, die freilich rechnerisch auch gefunden werden können, dort aber nicht aufzufallen pflegen.

Fragen wir uns z. B., welchen Kegel liefert uns nun auf diese Weise eine Halbkugel? Sowohl die Formel als unsere Skizze sagt uns, daß Basisdurchmesser wie auch Höhe = $2r$ sein würden usw.

Sie sehen nachstehend schematisch in Gestalt einer Stromverzweigung ein Meßinstrument dargestellt, das ich zwar besonders zur gleichzeitigen

